p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

THIẾT KẾ ĐIỀU KHIỂN H_∞ CHO LỚP HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN PHI TUYẾN

Lê Huy Vũ[1]

TÓM TẮT

Bài báo này nghiên cứu vấn đề ổn định mũ và thiết kế điều khiển H_∞ cho lớp hệ phương trình vi phân phi tuyến. Đầu tiên, bằng cách chọn hàm Lyapunov một cách hợp lý kết hợp với các kỹ thuật đánh giá phù hợp, một điều kiện được đưa ra dưới dạng bất đẳng thức ma trận tuyến tính nhằm đảm bảo hệ đóng của hệ vi phân phi tuyến có nhiễu là β – ổn định mũ với hiệu suất H_∞ mức-γ. Đồng thời một điều khiển phản hồi trạng thái là được thiết kế. Trong trường hợp hệ là tuyến tính ta thu được một hệ quả tương ứng. Sau cùng, chúng tôi đưa ra một số ví dụ minh hoạ cho các kết đạt được.

Từ khoá: *Ổn định mũ, điều khiển H_∞, hệ phi tuyến, hàm Lyapunov.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Hệ phương trình vi phân dùng để mô tả động lực của nhiều hiện tượng, quá trình thực tế khác nhau như trong vật lý, hoá học, sinh học, kinh tế, hàng không vũ trụ và lý thuyết điều khiển. Bài toán nghiên cứu tính ổn định của các lớp hệ vi phân là một bài toán quan trọng và có ý nghĩa rất lớn, vì vậy nó thu hút được đông đảo các nhà nghiên cứu trong những năm gần đây [1,2,3,4]. Trong các phương pháp nghiên cứu tính ổn định của các lớp hệ phương trình vi phân thì phương pháp hàm Lyapunov là một phương pháp vừa đơn giản vừa hiệu quả, phương pháp này được nhà toán học người Nga A.M. Lyapunov đưa ra lần đầu tiên vào năm 1892 trong nội dung luận án tiến sĩ của mình. Kể từ đó đến nay, phương pháp hàm Lyapunov vẫn không bị lỗi thời mà nó còn đang được các nhà nghiên cứu lý thuyết ổn định sử dụng, mở rộng và phát triển một cách mạnh mẽ [4,5,6]. Bên cạnh bài toán ổn định, bài toán điều khiển hệ thống cũng là một bài toán quan trọng có nhiều ứng dụng thực tế. Mục tiêu của bài toán điều khiển là tìm một tín hiệu điều khiển thích hợp sao cho hệ thống hoạt động theo cách mong muốn. Điều khiển hệ thống ngày càng trở nên phổ biến và được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực của đời sống công nghệ hiện đại như điều khiển robot, điều khiển các fly cam và máy bay không người lái, điều khiển ô tô tự động, và các hệ thống tự động hóa. Vì vậy, bài toán điều khiển các hệ thống là một đề tài nóng hổi đang nhận được sự quan tâm của nhiều nhà toán học và nhà nghiên cứu kỹ thuật trên toàn thế giới. Đã có nhiều kết quả nghiên cứu quan trọng trong lĩnh vực này trong những năm gần đây được công bố [7,8,9,10,11]. Một vấn đề đặt ra trong điều khiển khi hệ thống có nhiễu đó là, thiết kế một kiểu tín hiệu điều khiển sao cho hệ thống dưới tác động của nhiễu ngoại cảnh là ổn định với một hiệu suất cho trước, đó gọi là bài toán điều khiển H_∞. So với bài toán điều khiển thông thường, bài toán điều khiển

[1] *Khoa Khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Hồng Đức; Email: lehuyvu@hdu.edu.vn*

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

H_∞ có nhiều ý nghĩa thực tế hơn bởi vì hầu hết các hệ thống động lực trong thực tế đều có nhiễu ngoại cảnh và nó không những yêu cầu hệ thống ổn định mà phải ổn định với một hiệu suất nhất định (theo mong muốn của người điều khiển). Do đó, bài toán điều khiển H_∞ nhận được sự quan tâm đặc biệt của nhiều nhà nghiên cứu lý thuyết điều khiển [12,13,14]. Tuy nhiên, có rất ít kết quả nghiên cứu cho vấn đề thiết kế điều khiển H_∞ cho lớp hệ vi phân phi tuyến. Đây là lí do để tác giả thực hiện nghiên cứu này.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng phương pháp hàm Lyapunov hay còn gọi là phương pháp thứ hai Lyapunov, kết hợp với các kỹ thuật đánh giá các bất đẳng thức ma trận để thiết lập một điều kiện đủ đảm bảo hệ đóng là ổn định mũ với một hiệu suất cho trước.

2. CÁC KẾT QUẢ CHÍNH

2.1. Thiết kế điều khiển H_∞

Xét một lớp hệ thống điều khiển phi tuyến được mô tả bởi phương trình vi phân sau đây:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_x x(t) + B_u u(t) + B_w w(t) + f\left(t, x(t), u(t), w(t)\right) \\ y(t) = C_x x(t) + D_u u(t) + h\left(t, x(t), u(t)\right) \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{1}$$

Trong đó $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}, y(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ tương ứng là các véctơ trạng thái, véctơ điều khiển đầu vào và véctơ độ đo đầu ra của hệ thống. Hàm $w(r) \in L_2\left([0,\infty], \mathbb{R}^{n_w}\right)$ là đầu vào nhiễu ngoại cảnh. Các ma trận thực A_x, B_u, B_w, C_x, D_u là các ma trận thực cho trước và có số chiều thích hợp. Trong bài báo này, các hàm $f\left(t, x(t), u(t), w(t)\right)$ và $h\left(t, x(t), u(t)\right)$ là phi tuyến và thoả mãn điều kiện sau:

$$\left\| f\left(t, x(t), u(t), w(t)\right) \right\| \le m_x \|x(t)\| + m_u \|u(t)\| + m_w \|w(t)\| \tag{2}$$

$$\left\| h\left(t, x(t), u(t)\right) \right\|^2 \le d_x \|x(t)\|^2 + d_u \|u(t)\|^2 \tag{3}$$

ở đây m_x, m_u, m_w, d_x và d_u là các số dương.

Trong bài báo này, chúng ta sẽ thiết kế một điều khiển phản hồi trạng thái sao cho hệ đóng của hệ (1) là $\beta-$ổn định mũ với một hiệu suất H_∞ cho trước. Cụ thể, điều khiển phản hồi thiết kế cho hệ (1) sẽ có dạng sau:

$$u(t) = Kx(t) \tag{4}$$

trong đó K là ma trận điều khiển ngược mà ta cần tìm. Với điều khiển phản hồi có dạng (4) thì hệ đóng của (1) sẽ là:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \left(A_x + B_u K\right) x(t) + B_w w(t) + f\left(t, x(t), Kx(t), w(t)\right) \\ y(t) = \left(C_x + D_u K\right) x(t) + h\left(t, x(t), Kx(t)\right) \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{5}$$

Trước khi đi vào định lý chính, ta giới thiệu các định nghĩa và một số bổ đều sau đây.

Định nghĩa 2.1.[15] Cho trước số dương β. Hệ đóng (5) được gọi là $\beta-$ổn định mũ nếu tồn tại số $\Upsilon > 0$ sao cho $\|x(t, x_0)\| \le \Upsilon \|x_0\| e^{-\beta t}, \forall t \ge 0.$

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

Định nghĩa 2.2. Cho trước các số dương β và γ. Hệ đóng (5) được gọi là $\beta-$ổn định mũ với một hiệu suất H_∞ mức-γ nếu thoả mãn hai điều kiện sau: Khi không có nhiễu, hệ đóng (5) là $\beta-$ổn định mũ. Khi đầu vào nhiễu khác không $\left(w(t)\neq 0\right)$, tồn tại một hằng số dương ρ sao cho với điều kiện ban đầu $x(0)=x_0$, đầu ra $y(t)$ thoả mãn

$$J(y,w)=\int_0^\infty\left(y^T(t)y(t)-\gamma^2 w^T(t)w(t)\right)dt\leq\rho\|x_0\|^2.$$

Nhật xét 2.3. *Nếu điều kiện ban đầu bằng không, khi đó điều kiện 2) trong định nghĩa trên trở thành*

$$J(y,w)=\int_0^\infty\left(y^T(t)y(t)-\gamma^2 w^T(t)w(t)\right)dt\leq 0.$$

Do đó, khái niệm $\beta-$ổn định mũ với một hiệu suất H_∞ mức-γ trong bài báo này là tổng quát hơn trong một số kết quả trước đây [16].

Bổ đề 2.4. [*16*] *Cho các ma trận P, Q có số chiều thích hợp Q là ma trận đối xứng xác định dương. Khi đó*

$$2x^TPy\leq y^TQy+x^TP^TQ^{-1}Px$$

với mọi véc tơ $\left(x,y\right)$.

Bổ đề 2.5. (*Bổ đề phần bù Shur [16]*) *Cho các ma trận bất kì X,Y,Z có số chiều thích hợp,* $X=X^T$, $Y=Y^T>0$ *khi đó*

$$\begin{bmatrix} X & Z^T\\ Z & -Y\end{bmatrix}<0 \quad\Leftrightarrow\quad X+Z^TY^{-1}Z<0.$$

Bổ đề 2.6. [*16*] Cho các ma trận thực bất kì W_1,W_2 và ma trận $Q>0$ có số chiều thích hợp. Khi đó ta có bất đẳng thức sau:

$$W_1^\top W_2+W_2^\top W_1\leq W_1QW_1^\top+W_2^\top Q^{-1}W_2.$$

Kết quả chính của bài báo nằm ở định lý sau

Định lý 2.7. Cho các số $0<\beta<1,\gamma>0$. Hệ đóng (5) là $\beta-$ổn định mũ H_∞ với một hiệu suất mức γ nếu tồn tại ma trận đối xứng xác định dương P có số chiều thích hợp sao cho bất đẳng thức ma trận tuyến tính sau được thoả mãn

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & B_w & P & PC_x^T & B_uD_u^T\\ * & -\left(\gamma^2-\frac{\gamma}{9}I\right) & 0 & 0 & 0\\ * & * & -\frac{1}{3d_x+m_x}I & 0 & 0\\ * & * & * & -\frac{1}{2}I & 0\\ * & * & * & * & -4\left(m+1\right)^2I\end{bmatrix}<0 \tag{7}$$

với $m=\max\{m_x,m_w,m_u\}$ và

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

$$\Omega_{11} = A_x P + PA_x^T + 2\beta P + \left(m_x + m_u^2 + \frac{9m_w^2}{\lambda} \right) I + \frac{3d_u - 4m - 3}{4(m+1)^2} B_u B_u^T$$
$$- \frac{1}{2(m+1)} PC_x^T D_u B_u^T - \frac{1}{2(m+1)} B_u D_u^T C_x P.$$

Khi đó, ma trận điều khiển ngược được xác định là $K = -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T P^{-1}$ *và nghiệm của hệ đóng* (5) *thoả mãn đánh giá mũ* $\|x(t)\| \sqrt{\frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(P)}} \|x_0\| e^{-\beta t}$, $\forall t \geq 0$, *ở đây* $\lambda_{\max}(P)$ *và* $\lambda_{\min}(P)$ *tương ứng là các phần thực lớn nhất (nhỏ nhất) của các giá trị riêng của ma trận P.*

Chứng minh. Xét một hàm có dạng sau đây

$$L(t, x(t)) = \dot{V}(t, x(t)) + y^T(t) y(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t), \tag{8}$$

với $V(t, x(t)) = x^T(t) P^{-1} x(t)$. Khi đó, dọc theo quỹ đạo nghiệm của hệ (5), ta có

$$\begin{aligned} L(t, x(t)) &= 2x^T(t) P^{-1} \dot{x}(t) + y^T(t) y(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t) + 2\beta x^T(t) P^{-1} x(t) - 2\beta V(x(t)) \\ &= 2x^T(t) P^{-1} \left[\left(A_x + B_u K \right) x(t) + B_w w(t) + f(.) \right] + 2\beta x^T(t) P^{-1} x(t) - 2\beta V(x(t)) \\ &\quad + \left[\left(C_x + D_u K \right) x(t) + h(.) \right]^T \left[\left(C_x + D_u K \right) x(t) + h(.) \right] - \gamma^2 w^T(t) w(t), \end{aligned} \tag{9}$$

ở đây

$$f(.) := f\left(t, x(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T P^{-1} x(t), w(t) \right), \quad h(.) := h\left(t, x(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T P^{-1} x(t) \right).$$

Đặt $\xi(t) = P^{-1} x(t)$, từ (9) suy ra

$$\begin{aligned} L(t, x(t)) + 2\beta V(t, x(t)) &= 2\xi^T(t) \left(A_x P - \frac{1}{2(m+1)} B_u B_u^T \right) \xi(t) + 2\xi^T(t) B_w w(t) + 2\beta \xi^T(t) P \xi(t) \\ &\quad - \gamma^2 w^T(t) w(t) + 2\xi^T(t) f\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t), w(t) \right) \\ &\quad + 2h^T \left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t) \right) C_x P \xi(t) \\ &\quad - \frac{2}{2(m+1)} h^T \left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t) \right) D_u B_u^T \xi(t) \\ &\quad + \xi^T(t) \left(C_x P - \frac{1}{2(m+1)} D_u B_u^T \right)^T \left(C_x P - \frac{1}{2(m+1)} D_u B_u^T \right) \xi(t) \\ &\quad + h^T \left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t) \right) h\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t) \right). \end{aligned} \tag{10}$$

Áp dụng Bổ đề 2.4, kết hợp với các điều kiện (2) và 93), ta có các đánh giá sau

$$\left\| h\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t) \right) \right\|^2 \leq d_x \|P\xi(t)\| + \frac{d_u}{4(m+1)^2} \|B_u^T \xi(t)\|^2 \tag{11}$$

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

$$2\xi^T(t) f\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t), w(t)\right) \le 2\left\|\xi^T(t)\right\| \left\| f\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t), w(t)\right)\right\| \tag{12}$$

$$\le 2\left\|\xi^T(t)\right\| \left(m_x \left\|P\xi(t)\right\| + \frac{m_u}{2(m+1)} \left\|B_u^T \xi(t)\right\| + m_w \left\|w(t)\right\| \right)$$

$$\le \quad m_x \left\|P\xi(t)\right\|^2 + \left(m_x + m_u^2 + \frac{9m_w^2}{\gamma} \right) \left\|\xi(t)\right\|^2 + \frac{1}{4(m+1)} \left\|B_u^T \xi(t)\right\|^2 + \frac{\gamma}{9} \left\|w(t)\right\|^2$$

$$2h^T\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t)\right) C_x P\xi(t) \le 2\left\| h\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t)\right)\right\| \left\|C_x P\xi(t)\right\| \tag{13}$$

$$\le \left\|C_x P\xi(t)\right\|^2 + d_x \left\|P\xi(t)\right\|^2 + \frac{d_u}{4(m+1)^2} \left\|B_u^T \xi(t)\right\|^2$$

$$-2h^T\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t)\right) \frac{1}{2(m+1)} D_u B_u^T \xi(t) \tag{14}$$

$$\le 2\left\| h^T\left(t, P\xi(t), -\frac{1}{2(m+1)} B_u^T \xi(t)\right)\right\| \left\| \frac{1}{2(m+1)} D_u B_u^T \xi(t)\right\|$$

$$\le d_x \left\|P\xi(t)\right\|^2 + \frac{d_u}{4(m+1)^2} \left\|B_u^T \xi(t)\right\|^2 \frac{1}{4(m+1)^2} \left\|D_u B_u^T \xi(t)\right\|^2$$

Kết hợp các phương trình (10)-(14), ta được

$$L(t, x(t)) + 2\beta V(t, x(t)) \le \begin{bmatrix} \xi(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega & B_w \\ * & -\left(\lambda^2 - \frac{\lambda}{9}\right) I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, \tag{15}$$

trong đó $\Omega = \Omega_{11} + \left(3d_x + m_x\right) P^2 + 2PC_x^T C_x P + \frac{1}{4(m+1)^2} B_u D_u^T D_u B_u^T$.

Theo bổ đề phần bù Shur, điều kiện (6) thoả mãn khi và chỉ khi

$$\begin{bmatrix} \Omega & B_w \\ * & -\left(\lambda^2 - \frac{\lambda}{9}\right) I \end{bmatrix} < 0.$$

Do đó, từ phương trình (15), suy ra $L(t, x(t)) + 2\beta V(t, x(t)) \le 0$, kết hợp điều này với (8), ta có đánh giá sau đây

$$\dot{V}(t, x(t)) + 2\beta V(t, x(t)) \le \gamma^2 w^T(t) w(t) - y^T(t) y(t). \tag{16}$$

Nếu $w(t) = 0$, từ (16) ta có $\dot{V}(t, x(t)) + 2\beta V(t, x(t)) \le -y^T(t) y(t) \le 0.$ Lấy tích phân hai vế từ 0 đến *t*, ta được

$$V\left(t, x(t)\right) \le V\left(0, x(0)\right) e^{-2\beta t}, \forall t \ge 0. \tag{17}$$

Mặt khác, ta thấy rằng $V\left(t, x(t)\right) \ge \frac{1}{\lambda_{\min}(P)} \left\|x(t)\right\|^2$ và $V\left(0, x(0)\right) \le \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \left\|x_0\right\|^2$. Từ đó suy ra

$$\left\|x(t)\right\| \sqrt{\frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(P)}} \left\|x_0\right\| e^{-\beta t}, \ \forall t \ge 0, \tag{18}$$

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

Điều này chứng tỏ hệ đóng (5) là $\beta-$ổn định mũ. Bây giờ, nếu nhiễu $w(t)\neq 0$, từ (16) ta có

$$y^T(t)y(t)-\gamma^2 w^T(t)w(t)\leq\ 2\beta x^T(t)P^{-1}x(t)-\dot{V}(t,x(t))\leq -\dot{V}(t,x(t)). \tag{19}$$

Do đó, với mọi $s\geq 0$, ta có đánh giá sau

$$\int_0^s\left(y^T(t)y(t)-\gamma^2 w^T(t)w(t)\right)dt\leq V(0,x(0))-V(t,x(t))\leq V(0,x(0))\leq\frac{1}{\lambda_{\max}(P)}\|x_0\|^2. \tag{20}$$

Cho s tiến ra vô cùng, ta thu được

$$J(y,w)=\int_0^\infty\left(y^T(t)y(t)-\gamma^2 w^T(t)w(t)\right)dt\leq\leq\frac{1}{\lambda_{\max}(P)}\|x_0\|^2. \tag{21}$$

Hệ đóng (5) là $\beta-$ổn định mũ H_∞ với một hiệu suất mức γ. Định lý được chứng minh.

Nhận xét 2.8. *Xét trường hợp các hàm f(.)=0 và h(.)=0. Khi đó, hệ đóng* (5) *trở thành hệ vi phân tuyến tính sau*

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\left(A_x+B_uK\right)x(t)+B_w w(t)\\ y(t)=\left(C_x+D_uK\right)x(t)\\ x(0)=x_0.\end{cases} \tag{22}$$

Trên cơ sở Định lý 1, chúng ta có hệ quả sau

Hệ quả 2.9. Cho các số $0<\beta<1,\gamma>0$. Hệ đóng (21) là $\beta-$ổn định mũ H_∞ với một hiệu suất mức γ nếu tồn tại ma trận đối xứng xác định dương P có số chiều thích hợp sao cho bất đẳng thức ma trận tuyến tính sau được thoả mãn

$$\begin{bmatrix}\Phi_{11} & B_w & PC_x^T & B_uD_u^T\\ * & -\left(\gamma^2-\frac{\gamma}{9}I\right) & 0 & 0\\ * & * & -I & 0\\ * & * & * & -4\left(m+1\right)^2 I\end{bmatrix}<0 \tag{22}$$

với $m\geq 0$ cho trước và

$$\Phi_{11}=A_xP+PA_x^T+2\beta P-\frac{1}{(m+1)}B_uB_u^T-\frac{1}{2(m+1)}PC_x^TD_uB_u^T-\frac{1}{2(m+1)}B_uD_u^TC_xP.$$

Khi đó, ma trận điều khiển ngược được xác định là $K=-\frac{1}{2(m+1)}B_u^TP^{-1}$ và nghiệm của hệ đóng (5) thoả mãn đánh giá mũ $\|x(t)\|\sqrt{\frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(P)}}\|x_0\|e^{-\beta t},\ \forall t\geq 0.$

2.2. Ví dụ minh hoạ

Trong phần này, một ví dụ số sẽ được đưa ra để minh họa cho kết quả nghiên cứu của chúng tôi.

Xét hệ phương trình vi phân phi tuyến \eqref{e1} có các ma trận hệ số như sau

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1.5 & 0\\ 0.1 & 0 & 0.1\end{bmatrix},\ B_w=\begin{bmatrix}-0.1 & 0 & 0\\ 0 & -1.5 & 0\\ 0 & 0 & -0.5\end{bmatrix},\ B_u=\begin{bmatrix}0.01\\ 0.01\\ -0.2\end{bmatrix},$$

$$C_x=\begin{bmatrix}0.01 & 0.01 & 0\\ -0.15 & 0.01 & 0.02\end{bmatrix},\ D_u=\begin{bmatrix}0.01\\ -0.01\end{bmatrix}.$$

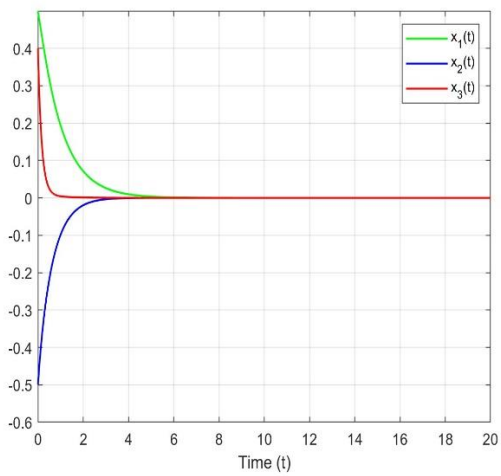
Nhiễu ngoại cảnh và các hàm phi tuyến

$$w(t)=\begin{bmatrix}\sin(t)e^{-0.025t}\\ \sin(t)e^{-0.025t}\\ \sin(t)e^{-0.025t}\end{bmatrix},\ f(.)=\begin{bmatrix}0.001x_3^2(t)+0.001\sin^2(t)e^{-0.05t}\\ 0.001x_1^2(t)+0.001\sin^2(t)e^{-0.05t}\\ 0.001x_2^2(t)+0.001\sin^2(t)e^{-0.05t}\end{bmatrix},\ h(.)=\begin{bmatrix}0.1\sqrt{x_2^2(t)+x_3^2(t)}\sin(t)\\ 0.1\sqrt{x_1^2(t)}\cos(t)\end{bmatrix}.$$

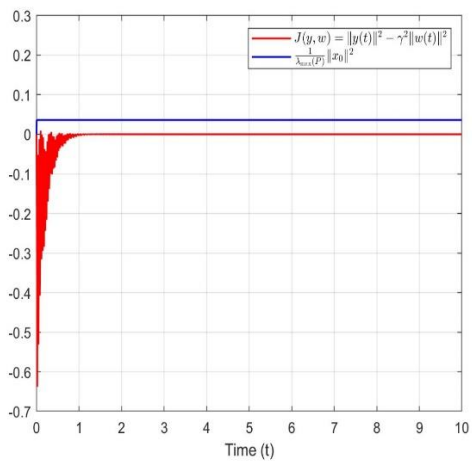
Dễ thấy $m=m_x=m_w=d_x=0.01, m_u=d_u=0.$ Bây giờ ,ta cho trước các số $\beta=0.95, \gamma=6.$ Dùng phần mềm Matlab để giải bất đẳng thức ma trận tuyến tính trong Định lý 1 ta tìm được ma trận *P* và ma trận điều khiển ngược sau

$$P=\begin{bmatrix}0.7941 & 0.0637 & -0.0040\\ 0.0637 & 18.2747 & -0.0007\\ -0.0040 & -0.0007 & 0.0034\end{bmatrix},\ K=\begin{bmatrix}0.1441 & 0.0004 & 29.8755\end{bmatrix}.$$

Do đó, theo Định lý 1 hệ đóng (5) là $\beta-$ổn định mũ H_∞ với một hiệu suất mức γ. Một mô phỏng các quỹ đạo trạng thái $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ của hệ đóng (5) được chỉ ra trong các Hình 1. Trong Hình 2 là biểu thị hàm $J(y,w)=\|y(t)\|^2-\|w(t)\|^2$. Các quỹ đạo của hệ mở được cho trong Hình 3, ta thấy rằng quỹ đạo của hệ mở là không ổn định. Từ đó chứng tỏ tính hiệu quả phương pháp trong nghiên cứu này.

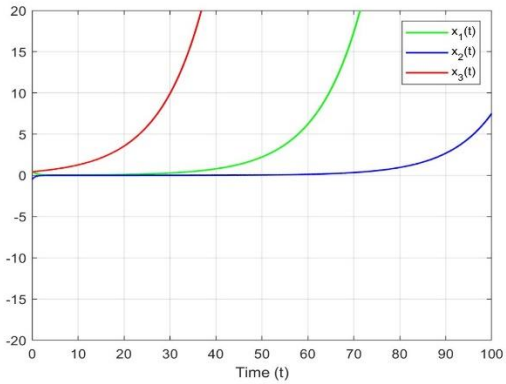


Hình 1. Các quỹ đạo trạng thái $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ của hệ đóng (5)



Hình 2. Trạng thái giữa đầu ra và nhiễu $J(y,w)=\|y(t)\|^2-\|w(t)\|^2$ của hệ đóng (5)

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636



Hình 3. Các quỹ đạo trạng thái $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ của hệ mở

3 KẾT LUẬN

Vấn đề phân tích sự ổn định mũ và thiết kế điều khiển H_∞ cho lớp hệ phương trình vi phân phi tuyến chứa nhiễu ngoại cảnh đã được giải quyết trong bài báo này. Một điều kiện đủ được đưa ra dưới dạng bất đẳng thức ma trận tuyến tính để hệ đóng là β-ổn định mũ và có một hiệu suất H_∞ mức -γ Đồng thời, điều khiển phản hồi ngược đã được thiết kế. Một ví dụ minh hoạ cho kết quả của bài báo cũng đã được đưa ra.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Li X, Li P (2021), *Stability of time-delay systems with impulsive control involving stabilizing delays,* Automatica 124:109336.

[2] Zhang X, Li H, Zhao N, Wang X (2021), *Some novel necessary and sufficient conditions of exponential stability for discrete-time systems with multiple delays: A Lyapunov matrix approach,* Journal of the Franklin Institute 358(18):9890-9908.

[3] Niculescu SI (2001), *Delay Effects on Stability: A robust control approach,* Springer-Verlag, Berlin.

[4] Fridman E (2002), *Stability of linear descriptor systems with delay: a Lyapunov-based approach,* Journal of Mathematical Analysis and Applications 273:24-44.

[5] Yang B, Yan Z, Pan X, Zhao X (2021), *Improved stability criteria for linear systems with time-varying delays,* Journal of the Franklin Institute 358(15):7804-7824.

[6] Jia Y, Lin C, Chen B (2023), *Finite-time stability of singular time-delay systems based on a new weighted integral inequality,* Journal of the Franklin Institute 360(7):5092-5103.

[7] Kolmanovskii VB, Myshkis A (1999), *Introduction to the Theory and Applications of Functional Differential Equations,* Springer, Netherlands.

[8] Bushnell LG (2001), *Networks and control,* IEEE Control Systems Magazine 21(1):22-23.

[9] Huang D, Nguang SK (2009), *Robust Control for Uncertain Networked Control Systems with Random Delays,* Springer-Verlag, Berlin.

p-ISSN 3030 - 4628
e-ISSN 3030 - 4636

[10] Luo H, Hu Z (2020), *Stability analysis of sampled-data control systems with multiple time-varying delays,* Journal of the Franklin Institute 357(11): 6615-6634.

[11] Yin Z, Jiang X, Tang L, Liu L (2020), *On stability and stabilization of T-S fuzzy systems with multiple random variables dependent time-varying delay*, Neurocomputing 412: 91-100.

[12] Fang F, Ding H, Liu Y, Park JH (2021), *Fault tolerant sampled-data H_∞ control for networked control systems with probabilistic time-varying delay,* Information Sciences 544:395-414.

[13] Wang C, Wu L, Shen J (2020), *Stability and L_∞ performance analysis of positive systems with bounded time-varying delays on time scales,* Nonlinear Analysis: Hybrid Systems 36: 100868.

[14] Ghous I, Xiang Z (2015), *H_∞ stabilization of 2-D discrete switched delayed systems represented by the Roesser model subject to actuator saturation*, Trans. Inst. Meas. Control 37: 1242-1253.

[15] Hien LV, Phat VN (2002), *Delay feedback control in exponential stabilization of linear time-varying systems with input delay*, IMA Journal of Mathematical Control and Information 26(2):163-177.

[16] Liu Z, Gao C, Kao Y (2015), *Robust H-infinity control for a class of neutral-type systems via sliding mode observer*, Applied Mathematics and Computation 271(15):669-681.

H_∞ CONTROLLER DESIGN FOR A CLASS OF NONLINEAR DIFFERENTIAL SYSTEMS

Le Huy Vu

ABSTRACT

This paper studies the problem of exponential stability and H_∞ control design for a class of nonlinear differential equation systems. First, by appropriately selecting a Lyapunov function and combining it with suitable estimation techniques, a condition is proposed in the form of a linear matrix inequality to ensure that the closed-loop system of the perturbed nonlinear differential equations is β - exponentially stable with H_∞ performance at leve γ. Simultaneously, a state feedback control is designed. In the case of a linear system, a corresponding result is obtained. Finally, we provide some illustrative examples of the achieved results.

Keywords: *Exponential stability, H_∞ control, nonlinear systems, Lyapunov function.*

** Ngày nộp bài: 21/9/2024; Ngày gửi phản biện: 05/10/2024; Ngày duyệt đăng: 20/03/2025*

** Bài báo là kết quả nghiên cứu từ đề tài NCKH cấp cơ sở (mã số ĐT-2024-05) của Trường Đại học Hồng Đức.*