

# QUAN ĐIỂM TOÁN HỌC HÓA TRONG LÝ THUYẾT GIÁO DỤC TOÁN THỰC (REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION-RME) VÀ SỰ VẬN DỤNG TRONG DẠY HỌC GIẢI TÍCH CHO HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Nguyễn Tiến Đà<sup>1</sup>, Nguyễn Thị Trang<sup>1</sup>

## TÓM TẮT

*Toán học hóa và mô hình hóa đóng một vai trò quan trọng trong hoạt động toán học. Trong bài viết này chúng tôi trình bày một số vấn đề cơ bản về toán học hóa theo tiếp cận giáo dục toán thực (RME). Trên cơ sở đó, chúng tôi vận dụng quan điểm này để đề xuất 5 bước cụ thể của quá trình “toán học hóa” trong dạy học giải tích. Cuối cùng, một tình huống minh họa trong dạy học giải tích được chúng tôi trình bày trong bài báo.*

**Từ khóa:** *Dạy học giải tích, Toán học hóa, Giáo dục toán thực, RME, Realistic mathematics education.*

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Toán học là ngành khoa học có tính trừu tượng cao độ và tính thực tiễn phổ dụng. Toán học ra đời và phát triển từ yêu cầu của thực tiễn, để từ đó quay lại giải quyết những vấn đề của thực tiễn và định hướng cho khoa học công nghệ. Mục tiêu chính của việc học toán trong trường học là học sinh có đầy đủ các kỹ năng toán học để theo đuổi học vấn cao hơn và giải quyết các vấn đề trong cuộc sống hàng ngày. Các kỹ năng toán học này bao gồm giải quyết vấn đề, suy luận, giao tiếp, kết nối và biểu diễn toán học, cũng như các kỹ năng tư duy cấp cao, chẳng hạn như tư duy phản biện và sáng tạo (Fauzan, 2013).

Tại Việt Nam, giáo dục môn Toán ở bậc trung học phổ thông (THPT) trong những năm gần đây đang tập trung đổi mới, hướng tới một nền giáo dục tiến bộ, hiện đại, đạt hiệu quả cao trong đào tạo nguồn nhân lực với các phẩm chất tốt. Ngoài mục tiêu phát triển những năng lực chung, theo chương trình giáo dục phổ thông 2018, môn toán ở bậc THPT cần góp phần hình thành và phát triển một số năng lực toán học như năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực tính toán; năng lực mô hình hóa toán học (MHH). Do vậy việc dạy học môn toán tại các trường THPT cần có những thay đổi từng bước chuyển từ việc giáo dục toán học thuần túy sang định hướng giáo dục toán học gắn với thực tiễn (giáo dục toán thực) nhằm hình thành và phát triển năng lực giải quyết vấn đề của người học, là yếu tố được hình thành và thể hiện thông qua hoạt động. Để đáp ứng được các vấn đề này, giáo viên cần giúp học sinh thấy được sự phản ánh thực tế của toán học trong đời sống của con người, từ đó các em sẽ hứng thú, tích cực và chủ động hơn trong học tập.

Trong chương trình môn Toán cấp THPT nội dung giải tích có nhiều bài toán có nội dung liên hệ với thực tiễn, khai thác bối cảnh thực tế. Trong số các bài toán như thế, việc

---

<sup>1</sup> Khoa Khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Hồng Đức; Email: nguyentienda@hdu.edu.vn

vận dụng các kiến thức về giải tích như đạo hàm hay tích phân vào giải quyết vấn đề thông qua quá trình “toán học hóa” tỏ ra khá hiệu quả và đem lại nhiều hiệu ứng tích cực đối với người học. Bài viết này hệ thống hóa một số vấn đề cơ bản về quá trình toán học hóa trong lý thuyết giáo dục toán thực (Realistic Mathematics Education-RME), từ đó áp dụng để thiết kế một số tình huống học tập trong dạy học một số yếu tố giải tích cho học sinh THPT.

## 2. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU VÀ THẢO LUẬN

### 2.1. Một vài nét về giáo dục toán thực (Realistic Mathematics Education-RME)

RME là một lý thuyết dạy và học trong giáo dục toán học được giới thiệu và phát triển lần đầu tiên bởi Viện Freudenthal ở Hà Lan. Lý thuyết này đã được áp dụng tại rất nhiều quốc gia trên thế giới như Anh, Đức, Đan Mạch, Tây Ban Nha, Bồ Đào Nha, Nam Phi, Brazil, Mỹ, Nhật Bản và Malaysia. Hiện nay, lý thuyết RME chủ yếu được xác định theo quan điểm của Freudenthal về toán học [5].

Hai quan điểm quan trọng của Freudenthal là toán học phải được kết nối với thực tế và toán học với tư cách là hoạt động của con người. Thứ nhất, toán học phải gần gũi với trẻ em và phù hợp với mỗi tình huống cuộc sống hàng ngày. Thứ hai, ông nhấn mạnh toán học như là một hoạt động của con người. Giáo dục toán học được tổ chức như một quá trình tái phát minh (tái tạo) có hướng dẫn, ở đó học sinh có thể trải nghiệm một quá trình tương tự so với quá trình mà toán học được phát minh. Hơn nữa, nguyên tắc tái tạo cũng có thể được lấy cảm hứng từ các quy trình hoặc giải pháp không chính thức. Các chiến lược không chính thức của học sinh thường có thể được hiểu là dự kiến cho sự hình thành của các quy trình chính thức hơn. Trong trường hợp này, các khái niệm về toán học hóa được xem như một hướng dẫn cho quá trình tái phát minh.

### 2.2. Vấn đề toán học hóa trong giáo dục toán thực

Quá trình toán học hóa và mô hình hóa đề cập đến hoạt động tổ chức và phân tích một tình huống thực tế thông qua các công cụ toán học, có nghĩa là dịch, tổ chức và cấu trúc lại một vấn đề được trình bày trong bối cảnh thực theo các biểu tượng và thuật ngữ trong thế giới toán học [8]. Khái niệm toán học hóa bắt nguồn từ lý thuyết Giáo dục toán thực (RME), được phát triển ở Hà Lan vào năm 1968 bắt đầu từ những ý tưởng của Freudenthal. Ông đề nghị làm việc với học sinh nên bắt đầu từ bối cảnh thực tế chứ không phải hoàn toàn là thuần túy toán học, coi thực tế là một thành phần quan trọng của việc dạy và học toán, nơi mà chúng ta đều có thể áp dụng các ý tưởng toán học [4][5][9][10].

Freudenthal quan niệm rằng: “toán học có quan hệ mật thiết với thực tiễn” và “toán học là kết quả hoạt động của con người” [5]. Vì vậy, học toán không phải là tiếp nhận kiến thức có sẵn mà là quá trình thiết lập và giải quyết vấn đề từ thực tiễn hay trong nội tại toán học để xây dựng kiến thức mới, ông gọi quá trình đó là toán học hóa. Theo quan điểm này, chương trình giảng dạy RME được xây dựng dựa trên các ngữ cảnh có khả năng tạo ra các mô hình hóa linh hoạt và mạnh mẽ. Các bối cảnh có thể được lấy từ thế giới thực, từ tiểu thuyết, hoặc từ một lĩnh vực toán học mà học sinh đã quen thuộc. Điều quan trọng là học sinh có thể tưởng tượng và tham gia vào các tình huống này.

Trong RME, điểm bắt đầu của quá trình giảng dạy phải là “thực tế” đối với học sinh; cho phép họ có thể ngay lập tức tham gia vào tình huống. Điều này có nghĩa là việc hướng dẫn không nên bắt đầu với hệ thống khái niệm chính thức. Các hiện tượng mà các khái niệm xuất hiện trong thực tế nên là nguồn gốc của sự hình thành khái niệm. Quá trình rút ra khái niệm thích hợp từ một tình huống cụ thể được [2] phát biểu là “toán học hóa khái niệm”. Quá trình này sẽ buộc học sinh khám phá tình huống, tìm và xác định nội dung toán học liên quan, phát hiện ra các quy tắc, thực hiện hoạt động toán học và phát triển một “mô hình” dẫn đến một khái niệm toán học. Bằng cách phản ánh và khái quát lại học sinh sẽ phát triển được khái niệm đầy đủ hơn. Sau đó, học sinh có thể và sẽ áp dụng các khái niệm toán học vào các lĩnh vực mới của thế giới thực và bằng cách đó, học sinh được củng cố khái niệm. Quá trình này được gọi là toán học hóa trong ứng dụng [7].

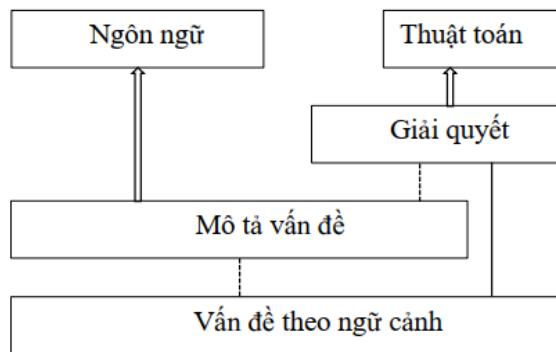
Cũng trong RME, giáo viên cần cho học sinh có cơ hội được “học toán trong bối cảnh” (learning in context, từ đó việc dạy học theo cách tiếp cận RME cần được xử lý một cách linh hoạt của giáo viên bên cạnh một sự lựa chọn phương pháp dạy học phù hợp. Cụ thể, tình huống học tập cần được thiết kế sao cho nó chứa tình huống có vấn đề, có sự thách thức người học, có khả năng tạo cơ hội cho học sinh phát triển năng lực giải quyết vấn đề. Lí thuyết RME khuyến khích một cách tiếp cận mới, ở đó người học cần được đối xử như những “nhà toán học” với “năng lực toán học hóa” bối cảnh (trong thực tiễn) thành những vấn đề chứa nội dung và kiến thức toán học cần lĩnh hội và có thể được giải quyết.

Theo Treffers (1987) có hai loại toán học hóa, đó là toán học hóa theo chiều ngang và toán học hóa theo chiều dọc, cụ thể:

*Trong toán học hóa theo chiều ngang:* học sinh đưa ra các công cụ toán học có thể giúp tổ chức và giải quyết một vấn đề đặt trong một tình huống thực tế. toán học hóa theo chiều ngang có thể bao gồm: xác định hoặc mô tả toán học cụ thể trong bối cảnh chung; xây dựng và hình dung một vấn đề theo những cách khác nhau; khám phá quan hệ, phát hiện quy luật, quy tắc; chuyển một bài toán trong thế giới thực thành một vấn đề toán học; chuyển từ kết quả toán học sang kết quả trong thực tiễn.

*Toán học hóa theo chiều dọc:* đòi hỏi cả việc tổ chức lại và tái tạo vấn đề trong toán học, tức là việc vận dụng các mô hình toán học, sử dụng các thủ tục và khái niệm, nhận ra các mô hình và chiến lược giải quyết vấn đề. Các hoạt động sau đây là ví dụ về toán học hóa theo chiều dọc: biểu diễn một quan hệ trong một công thức; chứng minh tính quy luật, tinh chỉnh và điều chỉnh mô hình; sử dụng các mô hình khác nhau; kết hợp và tích hợp các mô hình, xây dựng mô hình toán học hóa và tổng quát hóa.

Trong tất cả các giai đoạn của hoạt động toán học, cả hai phép toán này bổ sung cho nhau [2]. Trong định nghĩa ban đầu của toán học hóa theo chiều ngang, trọng tâm là sự chuyển đổi từ thế giới thực sang thế giới toán học. Thay vào đó, phép toán học hóa theo chiều dọc đề cập đến quá trình chỉ trong thế giới toán học. Freudenthal, 1991 cũng đưa ra phát biểu rằng “Toán học hóa theo chiều ngang” liên quan đến việc đi từ thế giới cuộc sống vào thế giới của các biểu tượng, trong khi “toán học hóa theo chiều dọc” có nghĩa là di chuyển trong thế giới của các biểu tượng”. Nhưng ông nói thêm rằng sự khác biệt giữa hai loại này không phải lúc nào cũng rõ ràng.



**Sơ đồ 1. Mô tả lại quá THH theo chiều ngang và THH theo chiều dọc dựa theo mô hình của Gravemeijer, 1994**

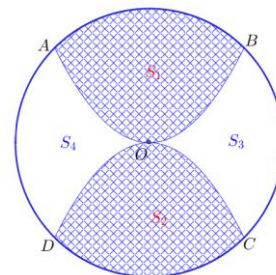
Trong đó: Quá trình toán học hóa theo chiều ngang (.....);  
Quá trình toán học hóa theo chiều dọc ( $\Rightarrow$ ).

### 2.3. Vận dụng quan điểm toán học hóa vào dạy học một số yếu tố giải tích cho học sinh Trung học phổ thông

Trong bài viết này, chúng tôi đã vận dụng quan điểm về quá trình toán học hóa trong lý thuyết RME để đề xuất quy trình 5 bước cụ thể của quá trình toán học hóa khi giải quyết một số tình huống thực tiễn có vận dụng kiến thức giải tích, như sau:

- Bước 1. Hiểu vấn đề (bối cảnh thực);
- Bước 2. Lập sơ đồ (nếu thích hợp);
- Bước 3. Tổ chức vấn đề theo các khái niệm toán học, giới thiệu ký hiệu và thiết lập mô hình toán học;
- Bước 4. Vận dụng kiến thức của giải tích vào giải quyết vấn đề toán học;
- Bước 5. Chuyển từ kết quả toán học sang kết quả thực tiễn, (làm cho giải pháp toán học có ý nghĩa trong điều kiện thực tế).

*Ví dụ.* Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm  $O$ . Một nhóm học sinh lớp 12A, Trường THPT Nông Cống II được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần, bởi hai đường parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng nhau qua  $O$ . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình vuông có cạnh bằng  $4m$  (như hình vẽ bên).



Phần diện tích  $S_1$  và  $S_2$  dùng để trồng hoa, phần diện tích  $S_3$  và  $S_4$  dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/ $m^2$ , kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/ $m^2$ . Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? ( Số tiền làm tròn đến hàng chục nghìn).

Giáo viên và học sinh cụ thể hóa 5 bước ở trên như sau:

- Bước 1. Hiểu vấn đề. Trong bước này học sinh cần:

Xác định được dấu hiệu của sự xuất hiện các tri thức toán học: tình huống nhắc đến hình tròn, hình vuông, đối xứng, các đường parabol.

Hiểu được nhiệm vụ thực tế: “Tính chi phí làm bồn hoa” sang nhiệm vụ toán học: “Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số”.

Bước 2, 3. Trong các bước này giáo viên và học sinh cần thực hiện các hoạt động thành phần sau:

*Hoạt động của học sinh*

Làm rõ mối quan hệ giữa các số liệu thực tế có trong tình huống: bán kính đường tròn, cạnh hình vuông, 2 phần tô đậm có diện tích như nhau và được tạo bởi các đường parabol đối xứng nhau qua tâm  $O$ .

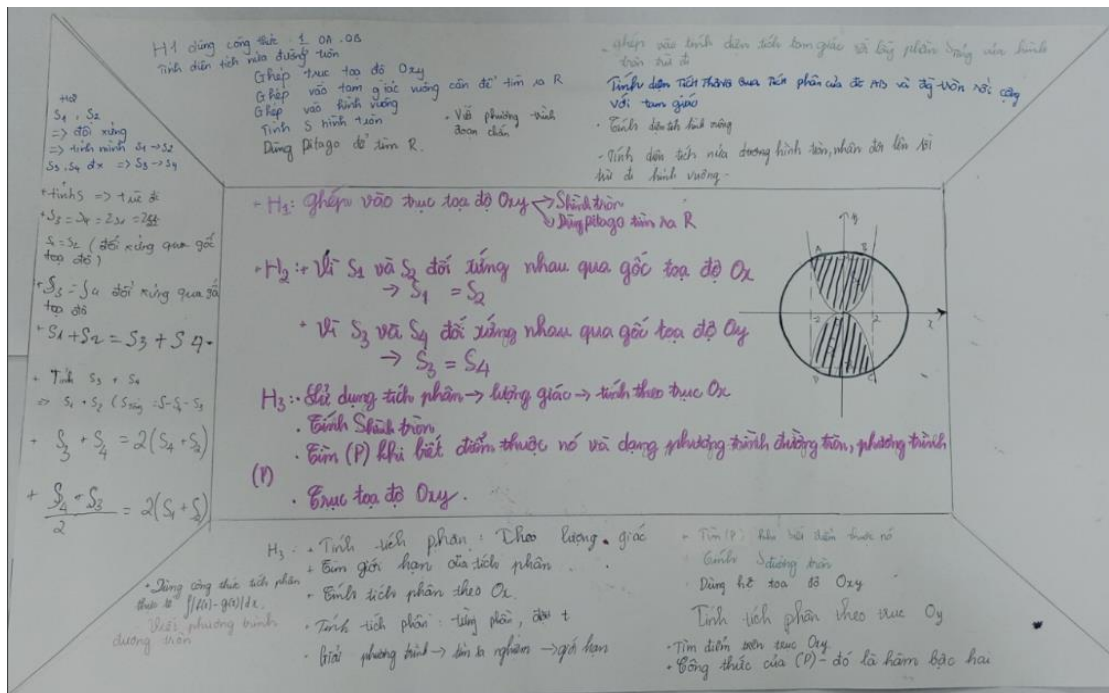
Xây dựng môi trường toán học như thiết lập hệ trục tọa độ phù hợp, tọa độ hóa các điểm cần thiết dựa trên các số liệu thực tế, xác định đường biểu diễn các đường cong parabol đi qua tâm hình vuông và các điểm đã được tọa độ hóa; Học sinh cần lưu ý, đỉnh của parabol trùng với tâm hình vuông, (một dữ liệu quan trọng giúp học sinh lựa chọn hệ trục tọa độ hợp lý).

*Hoạt động của giáo viên*

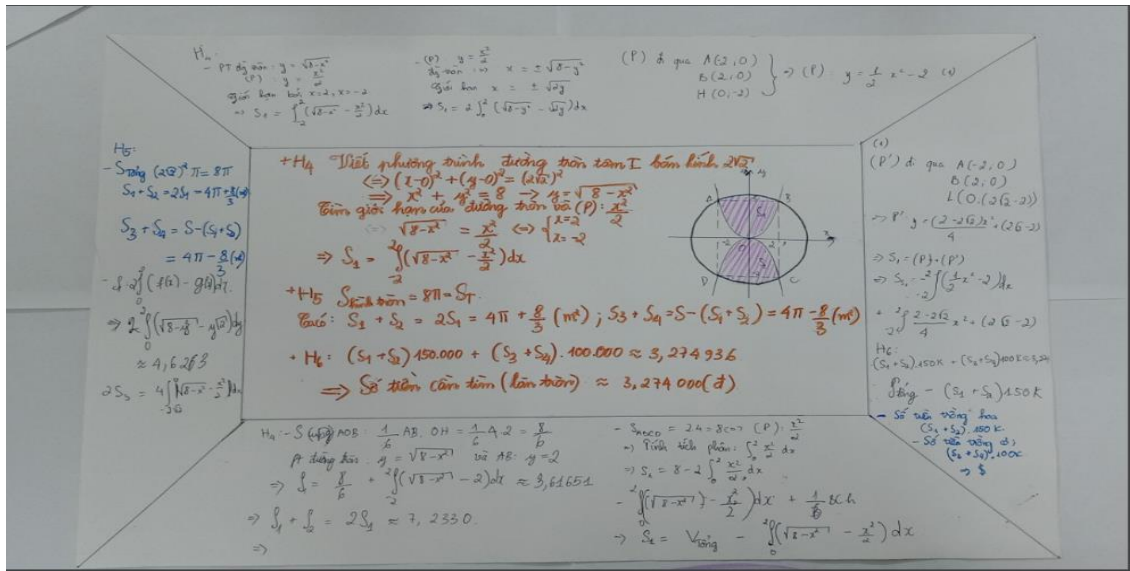
Giáo viên di chuyển quanh lớp quan sát và theo dõi các thao tác chọn hệ trục tọa độ, tọa độ hóa các điểm và thiết lập phương trình parabol; Giáo viên cần sẵn sàng gợi ý và hỗ trợ học sinh nếu các em gặp khó khăn.

Giáo viên có thể kết hợp một số nguyên tắc trong dạy học dựa trên lý thuyết RME: nguyên tắc dẫn đường, nguyên tắc tương tác, nguyên tắc sử dụng mô hình (sản phẩm của học sinh) cùng với kỹ thuật dạy học: *khăn trải bàn*, cụ thể được thể hiện trong hình 2, hình 3.

Bước 4, bước 5 (xem hình 3).



Hình 2. Sản phẩm của 1 nhóm học sinh trong bước 2 và bước 3



Hình 3. Sản phẩm của 1 nhóm học sinh trong bước 4 và bước 5

Thông qua thực nghiệm sư phạm, chúng tôi thấy rằng, hầu hết các em (35/41) đều tham gia vào tình huống một cách tích cực, chủ động, có sự tập trung và tìm tòi. Bên cạnh đó, vẫn còn một số học sinh (6/41) chưa thực sự hứng thú, thiếu tập trung vào thực hiện nhiệm vụ học tập. Một số học sinh (12/41) còn gặp khó khăn trong việc chuyển tình huống thực tế thành một nhiệm vụ toán học (toán học hóa theo chiều ngang) cũng như thực hiện các thao tác tính toán như: lựa chọn biến cần tìm, thiết lập phương trình, lập sơ đồ, kí hiệu (toán học hóa theo chiều dọc). Từ đó giáo viên sẽ có những điều chỉnh và hướng dẫn kịp thời nhằm giúp đỡ một số học sinh có khả năng toán học trung bình có thể nắm được quy trình cụ thể của hoạt động toán học hóa. Điều này có ý nghĩa quan trọng trong việc nâng cao chất lượng học tập chủ đề ứng dụng tích phân vào giải quyết một số tình huống thực tiễn.

### 3. KẾT LUẬN

Bài viết làm rõ quan điểm về toán học hóa trong hoạt động toán học dựa trên lí thuyết RME-một cách tiếp cận tích cực trong dạy học môn Toán theo định hướng của chương trình giáo dục phổ thông mới 2018 và góp phần gắn kiến thức toán học trong nhà trường với thực tiễn. Việc toán học hóa các tình huống bắt đầu từ bối cảnh bên ngoài trường học, từ trải nghiệm cuộc sống hàng ngày của chính người học không những giúp học sinh được luyện tập và củng cố kiến thức mà còn trao cho học sinh cơ hội thể hiện năng lực giải quyết vấn đề, từ đó góp phần nâng cao hiệu quả dạy và học môn toán cho học sinh THPT.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông Môn toán (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo.*

- [2] De Lange, J. (1987), *Mathematics, Insight and Meaning: Teaching, learning and testing of mathematics for the life and social sciences*, Utrecht: OW & OC.
- [3] Fauzan, A dan Yerizon. (2013), *Pengaruh Pendekatan RME dan Kemandirian Belajar Terhadap Kemampuan Matematis Siswa. (Online)*, Prosiding Semirata FMIPA Universitas Lampung, diakses 21 Agustus 2017.
- [4] Freudenthal, H. (1968), Why to Teach Mathematics so as to Be Useful, *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.
- [5] Freudenthal, H (1991), *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publisher, Netherlands.
- [6] Gravemeijer, K.P.E. (1994), *Developing Realistic Mathematics Education*, Utrecht: CD-β Press/ Freudenthal Institute.
- [7] Jan De Lange (1996), *Using and Applying Mathematics in Education*, in International Handbook of Mathematics Education, Part 1, volume 4. Alan J. Bishop et al. Ed., Netherlands: Springer Netherlands, pp. 49-97.
- [8] Jupri, A., & Drijvers, P. H. M. (2016), Student difficulties in mathematizing word problems in algebra, *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481-2502.
- [9] Treffers, A. (1987), *Three dimensions*, A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project, Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- [10] Treffers, A (1991), *Realistic Mathematics Education in primary school: On the opening of the Freudenthal Institute*, Utrecht: CD-Beta.

## THE VIEW OF MATHEMATIZATION IN THE THEORY OF REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME) AND ITS APPLICATION IN TEACHING CALCULUS FOR HIGH SCHOOL STUDENTS

Nguyen Tien Da, Nguyen Thi Trang

### ABSTRACT

*Mathematization and modeling play an important role in mathematical activities. In this article, we present some basic problems of mathematization according to the realistic mathematics education (RME) approach. From that, we apply this point of view to propose 5 specific steps of the “mathematization” process in teaching calculus. Finally, some illustrative situations are also presented in the paper.*

**Keywords:** *Teaching calculus, mathematization, RME, realistic mathematics education.*

\* Ngày nộp bài: 23/3/2022; Ngày gửi phản biện: 20/5/2022; Ngày duyệt đăng: 28/2/2023